



CÁC D NG PH BI N I U

Câu h i có th là:

Có th phân lo i các d ng ph bi n i u đ a trên c s nào? Ch ng minh ph vi phân b c nh t có d ng nh b ng sau:

S chi u	1		2			3			
i m t i h n	P ₀	P ₁	D ₀	D ₁	D ₂	M ₀	M ₁	M ₂	M ₃
$d\varepsilon_r / d\omega$	$-\phi_1(-x)$	$-\phi_1(x)$	$\phi_2^1(x)$	$-\phi_2^2(x)$	$-\phi_2^1(x)$	$\phi_3(-x)$	$-\phi_3(x)$	$-\phi_3(-x)$	$\phi_3(x)$
$d\varepsilon_i / d\omega$	$\phi_1(x)$	$-\phi_1(-x)$	$\phi_2^2(x)$	$\phi_2^1(x)$	$-\phi_2^2(x)$	$\phi_3(x)$	$\phi_3(-x)$	$-\phi_3(x)$	$-\phi_3(-x)$
$d\varepsilon_r / d\omega_g$	$\phi_1(-x)$	$\phi_1(x)$	$-\phi_2^1(x)$	$\phi_2^2(x)$	$\phi_2^1(x)$	$-\phi_3(-x)$	$\phi_3(x)$	$\phi_3(-x)$	$-\phi_3(x)$
$d\varepsilon_i / d\omega_g$	$-\phi_1(x)$	$\phi_1(-x)$	$-\phi_2^2(x)$	$-\phi_2^1(x)$	$\phi_2^2(x)$	$-\phi_3(x)$	$-\phi_3(-x)$	$\phi_3(x)$	$\phi_3(-x)$
$d\varepsilon_r / d\Gamma$	$-\phi_1(x)$	$\phi_1(-x)$	$-\phi_2^2(x)$	$-\phi_2^1(x)$	$\phi_2^2(x)$	$-\phi_3(x)$	$-\phi_3(-x)$	$\phi_3(x)$	$\phi_3(-x)$
$d\varepsilon_i / d\Gamma$	$-\phi_1(-x)$	$-\phi_1(x)$	$\phi_2^1(x)$	$-\phi_2^2(x)$	$-\phi_2^1(x)$	$\phi_3(-x)$	$-\phi_3(x)$	$-\phi_3(-x)$	$\phi_3(x)$

ây,

$$\phi_3(x) = \left[\frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 + 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \phi_2^1(x) = \frac{-x}{\Gamma(x^2 + 1)} \quad \phi_2^2(x) = \frac{1}{\Gamma(x^2 + 1)}$$

$$\phi_1(x) = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})^{\frac{1}{2}} (-2x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{2\Gamma^2(x^2 + 1)}^{\frac{3}{2}}}$$

Các hàm quang h c nh hàm i n môi ε , h s truy n qua T và h s ph n x R c tr ng cho áp ng quang h c c a h v i các tác nhân bên ngoài. Chúng th ng c bi u di n đ i đ ng s ph c v i ph n th c và ph n o liên h v i nhau qua h th c Kramers – Kronig. Ch ng h n nh : $\varepsilon = \varepsilon_r + i\varepsilon_i$, trong ó ε_r là ph n th c c a hàm i n môi, nó liên quan n s m t mát n ng l ng trong môi tr ng, ε_i là ph n o c a hàm i n môi, liên quan n n ng l ng c tích tr trong môi tr ng.

Ph là phân b c ng c a các hàm quang h c theo t n s (ph i dùng t “phân b ” bao hàm c ph v ch). Trong khi ó, ph bi n i u là phân b c a **bi n thiên các hàm quang h c** theo t n s . N u chúng ta nói, h o quang ph bi n i u o vi phân (ho c o hàm) a các hàm quang h c thì phát bi u ó không chính xác. B i vì vi phân ho c o hàm là các khái ni m toán h c, b khu ch i lock-in không bi t o hàm hay vi phân là gì, nh ng gì nó o c ch là s thay i c a các hàm quang h c đ i tác ng c a các nhi u lo n tu n hoàn bên ngoài ho c bên trong h t i t n s nào ó ($\Delta\varepsilon, \Delta T, \Delta R$). Các tác nhân gây ra nhi u lo n này có th là: áp su t, nhi t , i n tr ng ho c s thay i b c sóng xung quanh b c sóng trung tâm.

Các nhi u lo n này c g i là ngu n bi n i u. Trong khi các ngu n bi n i u nh áp su t, nhi t , b c sóng không làm m t i x ng t nh t i n c a tinh th thì i n tr ng l i làm m t tính i x ng t nh t i n c a tinh th . Vì b n ch t v t lí khác nhau, nên d ng ph bi n i u thu c s khác nhau ng v i các ngu n bi n i u khác nhau. Ng i ta th y r ng:

- N u ngu n bi n i u là áp su t, nhi t , b c sóng thì d ng ph là o hàm ho c vi phân c a các hàm quang h c.
- N u ngu n bi n i u là i n tr ng trung bình thì d ng ph có dáng i u c a các hàm i n quang (s c p sau).
- N u ngu n bi n i u là i n tr ng y u thì d ng ph là o hàm ho c vi phân b c III c a các hàm quang h c.

Nh ng i u v a nói trên có th tóm t t qua b ng sau:

Ngu n bi n i u	Nhi t , áp su t, b c sóng	i n tr ng trung bình	i n tr ng y u
D ng ph	Vi phân b c I c a hàm quang h c (M C I)	Ph thu c vào các hàm i n quang (M C II)	Vi phân b c III c a các hàm quang h c (M C III)
Hàm c tr ng	$\phi_1, \phi_2^1, \phi_2^2, \phi_3$	$F_1, F_2, F_3, G_1, G_2, G_3$	Không có

Ti p theo, chúng ta s xét ph bi n i u c a hàm i n môi $\Delta \varepsilon$

I.PH VI PHÂN B C NH T:

Hàm i n môi lân c n các i m t i h n có d ng nh b ng sau:

i m t i h n 3 chi u	i m t i h n hai chi u	i m t i h n m t chi u	$\chi = \frac{\omega - \omega_c}{\Gamma}$
$\varepsilon(x) = C_3 i^r [-\Phi_3(-x) + i\Phi_3(x)]$	$\varepsilon(x) = C_2 i^r [\Phi_2^1(x) + i\Phi_2^2(x)]$	$\varepsilon(x) = C_1 i^r [\Phi_1(-x) + i\Phi_1(x)]$	

D i tác ng c a ngu n bi n i u nhi t , áp su t v à b c sóng, hàm i n môi ε s bi n i theo t n s góc ω , t n s góc ng v i khe n ng l ng ω_g , ho c thông s m r ng v ch ph Γ . Gi s khi th c hi n phép o bi n i u ch m t trong ba tham s tr ên thay i. M i quan h gi a các d ng ph bi n i u c a chúng là:

$$\frac{d\varepsilon(\omega)}{d\omega} = -\frac{d\varepsilon(\omega)}{d\omega_g} = -i \frac{d\varepsilon(\omega)}{d\Gamma}$$

M i quan h gi a các vi phân c a ph n th c v à ph n o c a hàm i n môi là:

$$\frac{d\varepsilon_r(\omega)}{d\omega} = -\frac{d\varepsilon_r(\omega)}{d\omega_c} = \frac{d\varepsilon_i(\omega)}{d\Gamma} \quad (1)$$

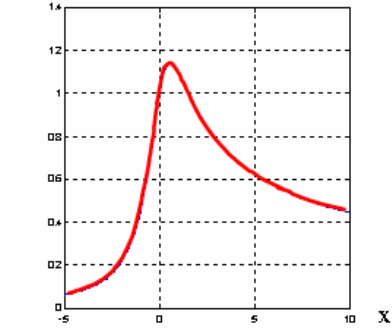
$$\frac{d\varepsilon_i(\omega)}{d\omega} = -\frac{d\varepsilon_i(\omega)}{d\omega_c} = -\frac{d\varepsilon_r(\omega)}{d\Gamma} \quad (2)$$

Vì gi a ph vi phân theo t n s ω và ph vi phân theo các tham s khác có m i quan h v i nhau nên ta ch c n xét ph vi phân theo t n s ω , sau ó suy ra ph vi phân theo các tham s khác.

-Xét i m t i h n 3 chi u:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\omega} &= \frac{d\varepsilon}{dx} \frac{dx}{d\omega} = \frac{1}{\Gamma} C_3 i^r \left[-\frac{d\Phi_3(-x)}{d(-x)} \frac{d(-x)}{dx} + i \frac{d\Phi_3(x)}{dx} \right] = \frac{1}{\Gamma} C_3 i^r \left[\frac{d\Phi_3(-x)}{d(-x)} + i \frac{d\Phi_3(x)}{dx} \right] \\ &= C_3 i^{r+1} \left[\left[\frac{d\Phi_3(x)}{d(x)} - i \frac{d\Phi_3(-x)}{d(-x)} \right] \right] = i^{r+1} C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] \end{aligned}$$

ây ta ã t $\phi_3(x) = \frac{d\Phi_3(x)}{dx} = \left[\frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 + 1)} \right]^{1/2}$



Đường biểu diễn của hàm $\phi_3(x)$

+ i m M_0 (màu xanh): $r=0 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = i^{r+1} C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = i^1 C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = C_3 [\phi_3(-x) + i\phi_3(x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto \phi_3(-x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto \phi_3(x)$$

+ i m M_1 (màu): $r=1 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = i^{r+1} C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = i^2 C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = C_3 [-\phi_3(x) + i\phi_3(-x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto -\phi_3(x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto \phi_3(-x)$$

+ i m M_2 (màu vàng): $r=2 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = i^{r+1} C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = i^3 C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = C_3 [-\phi_3(-x) - i\phi_3(x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto -\phi_3(-x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto -\phi_3(x)$$

+ i m M_3 (màu nâu): $r=3 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = i^{r+1} C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = i^4 C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)] = C_3 [\phi_3(x) - i\phi_3(-x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto \phi_3(x)$$

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto -\phi_3(-x)$$

-Xét i m t i h n 2 chi u:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\omega} &= \frac{d\varepsilon}{dx} \frac{dx}{d\omega} = \frac{1}{\Gamma} C_2 i^r \left[-\frac{d\Phi_2^1(x)}{d(x)} + i \frac{d\Phi_2^2(x)}{dx} \right] = C_2 i^r \left[\frac{d\Phi_2^1(x)}{\Gamma dx} + i \frac{d\Phi_2^2(x)}{\Gamma dx} \right] \\ &= C_2 i^r \left[\left[\frac{-x}{\Gamma(x^2+1)} + i \frac{1}{\Gamma(x^2+1)} \right] \right] = C_2 i^r [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)] \end{aligned}$$

$$\Phi_2^1(x) = -\frac{1}{2} \text{Ln}(x^2 + 1)$$

$$\Phi_2^2(x) = -\text{arctg} \frac{1}{x}$$

$$(\text{arctg} u)' = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

â y ta ã t:

$$\phi_2^1(x) = \frac{-x}{\Gamma(x^2+1)} \quad \phi_2^2(x) = \frac{1}{\Gamma(x^2+1)}$$

+ i m D_0 : $r=0 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = C_2 i^r [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)] = C_2 i^0 [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)] = C_2 [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto \phi_2^1(x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto \phi_2^2(x)$$

+ i m D_1 : $r=1 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = C_2 i^r [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)] = C_2 i^1 [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)] = C_2 [-\phi_2^2(x) + i\phi_2^1(x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto -\phi_2^2(x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto \phi_2^1(x)$$

$$+ \text{ i m } D_2: r=2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = C_2 i^r [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)] = C_2 i^2 [\phi_2^1(x) + i\phi_2^2(x)] = C_2 [-\phi_2^1(x) - i\phi_2^2(x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto -\phi_2^1(x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto -\phi_2^2(x)$$

-Xét i m t i h n l chi u:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\omega} &= \frac{d\varepsilon}{dx} \frac{dx}{d\omega} = \frac{1}{\Gamma} C_1 i^r \left[\frac{d\Phi_1(-x)}{d(-x)} \frac{d(-x)}{dx} + i \frac{d\Phi_1(x)}{dx} \right] = \frac{1}{\Gamma} C_1 i^r \left[-\frac{d\Phi_1(-x)}{d(-x)} + i \frac{d\Phi_1(x)}{dx} \right] \\ &= C_1 i^r \left[-\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Phi_1(-x)}{d(-x)} + i \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Phi_1(x)}{dx} \right] \end{aligned}$$

Tr c khi tính $\frac{d\Phi_1}{dx}$, hãy ôn l i công th c tính o hàm c a m t th ng:

$$(u/v)' = (vu' - v'u)/v^2$$

$$\Phi_1(x) = \left(\frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2(x^2 + 1)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_1(x)}{dx} &= \frac{\sqrt{2(x^2 + 1)} \left[\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}} \right]^{dao_ham} - \left[\sqrt{2(x^2 + 1)} \right]^{dao_ham} \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}}{2(x^2 + 1)} \\ &= \frac{\sqrt{2(x^2 + 1)} \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{2\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}} - \frac{2x}{\sqrt{2(x^2 + 1)}} \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}}{2(x^2 + 1)} \\ &= \frac{\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}} (-2x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{2}(x^2 + 1)^{3/2}} \end{aligned}$$

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} = \frac{\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}(-2x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{2}(x^2 + 1)^{3/2}}$$

t

$$\phi_1(x) = \frac{\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}(-2x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{2}\Gamma^2(x^2 + 1)^{3/2}}$$

Thì :

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = C_1 i^r [-\phi_1(-x) + i\phi_1(x)]$$

+ i m $P_0: r=0 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = C_1 i^r [-\phi_1(-x) + i\phi_1(x)] = C_1 i^0 [-\phi_1(-x) + i\phi_1(x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto -\phi_1(-x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto \phi_1(x)$$

+ i m $P_1: r=1 \Leftrightarrow$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = C_1 i^r [-\phi_1(-x) + i\phi_1(x)] = C_1 i^1 [-\phi_1(-x) + i\phi_1(x)] = C_1 [-\phi_1(x) - i\phi_1(-x)]$$

T c là:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} \propto -\phi_1(x)$$

$$\frac{d\varepsilon_i}{d\omega} \propto -\phi_1(-x)$$

Các s li u tính toán c a chúng ta cho ph n th c và ph n o c a vi phân hàm i n môi theo ω hoàn toàn phù h p v i b ng s li u (ph n c ánh d u). Ti p theo, chúng ta s dùng các công th c (1) và (2) suy ra các ph n còn l i c a b ng (t làm).

II.PH BI N I U I N TR NG TRUNG BÌNH (không thi)

III.PH BI N I U I N TR NG Y U (không thi)